

OPTIMIZACIJA STRUKTURE LAMINARNOG KOMPOZITNOG MATERIJALA PO DEBLJINI ZIDA POSUDE POD PRITISKOM

S. Putić¹, S. Bošnjak², Marina Stamenović³, P. Stajčić¹

¹ Tehnološko-metalurški fakultet, Beograd

² Mašinski fakultet, Beograd

³ Viša Politehnička škola, Beograd

Izvod

Mehaničko opterećenje kod posuda pod pritiskom uglavnom potiče od pritiska (unutrašnjeg ili spoljnog), kome je posuda izložena. Napon koji se usled ovakvog opterećenja javlja menja se po debljini zida. Zahvaljujući specifičnostima svoje strukture, korišćenjem kompozitnih materijala u izradi posuda pod pritiskom obezbeđuje se niz prednosti kako u oblasti tehnologije izrade, tako i u toku same eksploatacije, u odnosu na neke druge konstruktivne materijale. Njihovo oblikovanje po želji omogućava da se na taj način duž debljine ostvari optimizacija strukture. Predmet i cilj ovog rada predstavlja proračun i prikaz numeričkog modela kojim su se simulirali različiti pritisci, za različite debljine i strukture zida posude od staklo-epoksi kompozitnog materijala. Na taj način se mogu dobiti optimalne strukture za različite radne pritiske kojima posude u eksploataciji mogu biti izložene.

Ključne reči: Posude pod pritiskom, optimizacija, staklo-epoksi kompozitni materijal, numerički model

UVODNA RAZMATRANJA I TEORIJSKA ANALIZA

Tradicionalno korišćeni konstrukcioni materijali se danas u postrojenjima procesne industrije sa uspehom zamenjuju kompozitnim materijalima. Sve veći broj cevi, rezervoara, posuda pod pritiskom, pa čak i reaktora se izrađuje od ovih materijala. Prednosti se prvenstveno ogledaju u relativno maloj masi, dobrom odnosu čvrstoća/masa i krutost/masa, pri dobrim statičkim i dinamičkim svojstvima, dobroj otpornosti na koroziju, pojednostavljenoj izradi, vremenu montaže [1]. Svojstva ovih materijala se dobijaju ispitivanjem geometrijski jednostavnih, ravnih uzoraka. U idealnom slučaju, pogodno odabranim ispitivanjem i proračunskim procedurama sve konstante mogu biti definisane.

Međutim, ako se razmatraju cilindrični uzorci (cevi i omotači posuda), primenjeni izrazi za ravanski slučaj se ne mogu adekvatno koristiti. U ovom slučaju odnosi opterećenje (P) - izduženje (Δl) postaju nelinearni, prevodeći skoro sva izduženja u funkciju nekoliko različitih konstanti elastičnosti. Prema tome, mehanička svojstva uzorka ispitivanog materijala u ovakvim slučajevima nisu samo u funkciji njegove strukture već se mora uzeti u obzir i njegova geometrija.

Predmet i cilj ovog rada je optimizacija cilindrične kompozitne strukture. U tu svrhu razvijen je program čija se numerička analiza zasniva na jednačinama primenjenim na slojeve pri ravnom stanju napona [2-4] i mikromehaničkoj teoriji [2, 5] za određivanje mehaničkih svojstava materijala. Koristi se Sanders-ova teorija tankih zidova [1, 6, 7] za dobijanje diferencijalnih jednačina kod višeslojnih cilindričnih omotača. Za dobijanje funkcija opterećenja i pomeranja primenjena je tehnika Furije-ovih redova [1, 8]. U ovom delu će biti prikazane samo neke od osnovnih jednačina poznatih u teoriji korišćenih za proračun i primenjenih u izradi programa, dok se više detalja, detaljnija objašnjenja i kompletni matematički prikaz svih korišćenih jednačina može naći u navedenoj literaturi.

Teorijski se razmatra šuplji cilindar izložen ravnomernom unutrašnjem pritisku (p_1) i spoljašnjem pritisku (p_2). Pretpostavljajući da je celokupna zapremina ojačavajućih vlakana konstantna, može se odrediti optimalna raspodela napona i deformacija duž zida cilindra i optimizovati njegov prečnik pri datim uslovima opterećenja. Zapreminski udeo vlakana se može predstaviti jednačinom (1):

$$2\pi L \int_{r_1}^{r_2} V_f(r) r dr = \pi(r_2^2 - r_1^2) \cdot L \cdot V_f \quad (1)$$

gde je:

L - dužina cilindra;

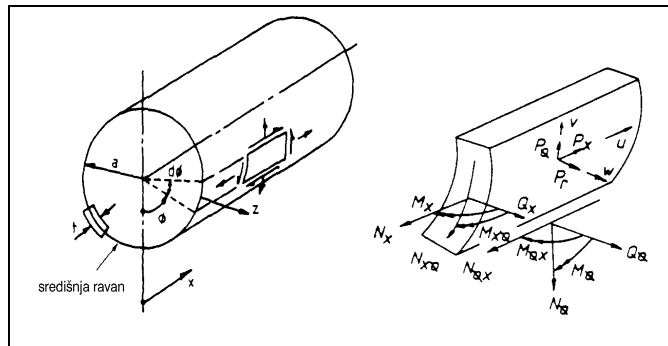
r_1 i r_2 - unutrašnji i spoljni poluprečnici cilindra; i

V_f - zapreminski udeo vlakana (odnos zapremine vlakana i ukupne zapremine cilindra).

Pretpostavlja se da su elastična svojstva kompozitnog materijala ista u svim pravcima normalnim na pravac vlakana, pa se cilindar može tretirati kao transverzalni izotropni kontinuum u $r\theta$ -ravni, koja predstavlja ravan izotropije.

Osnovna relacija koja povezuje napone i deformacije prikazana je jednačinom (2) [2, 3, 5], gde su A_{ij} , B_{ij} i D_{ij} matrice krutosti, N_{ij} , M_{ij} resultantne sile i momenti, a ε , k deformacije cilindričnog elementa (sl.1):

$$\begin{bmatrix} N_{ij} \\ M_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ k \end{bmatrix} \quad (2)$$



Slika 1 Opterećenja, naponi i deformacije u cilindričnom elementu

Deformacije ε_x , ε_ϕ , $\gamma_{x\phi}$ su definisane preko pomeranja središnje ravni (u , v , w) [2, 5] i uvedene u jednačinu (2). Integraljenjem napona po debljini dobijaju se rezultujuće sile i momenti. Jednačine ravnoteže između rezultujućih sila i momenta u cilindričnom elementu i primenjenih opterećenja su dobijene na osnovu Sanders-ove teorije tankih zidova za cilindrični omotač [1, 6, 8]. Opšte diferencijalne jednačine su dobijene zamenom rezultujućih napona u Sanders-ovu parcijalnu jednačinu za cilindrični omotač tankih zidova. Na taj način se formira matrica:

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_x \\ -p_\phi \\ -p_r \end{bmatrix} \quad (3)$$

gde je F_{ij} diferencijalni operator povezan sa parametrima matrice krutosti laminata A_{ij} , B_{ij} , i D_{ij} . Pojedinačna rešenja jednačina (3) se dobijaju prikazivanjem komponenti pritiska (p_x, p_ϕ, p_r) i funkcija pomeranja (u, v, w) u obliku dvostrukih Furije-ovih redova [1, 8] i moraju zadovoljavati granične uslove na krajevima posude [1, 4, 8].

Zamenom ovako razvijenih komponenti opterećenja i pomeranja u jednačini (3) i diferenciranjem, formira se matrica čiji su koeficijenti funkcije harmonijskih redova n, m i matrica zateznih i savojnih čvrstoća A_{ij} , B_{ij} i D_{ij} . Jedine nepoznate u

jednačinama za pomeranja i rezultujuće napone su koeficijenti opterećenja. Za različite uslove opterećenja procedura određivanja koeficijenata opterećenja je detaljno razmatrana od strane različitih autora [7, 8].

Za optimizaciju raspodele napona u zidu laminarne posude koristi se kriterijum "minimuma energije deformacije" pri čemu se postiže maksimalna krutost. Problem proračunavanja strukture koja odgovara stanju maksimalne krutosti se dakle svodi na određivanje strukture date zapremine, koja (za data opterećenja) ima najmanju vrednost energije deformacije. Intenzitet napona koji prouzrokuju deformaciju u slučaju optimalno projektovane posude biće znatno manji nego kod posude sa homogenom raspodelom ojačanja. Energija deformacije (U), jednačina (4), u pojedinačnom sloju (izotropnom u poprečnom pravcu) u slučaju osnosimetrične ravanske deformacije iznosi:

$$U = 2\pi L \int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{a_{22}}{2} \cdot \sigma_{22}^2 + a_{12} \cdot \sigma_{22} \cdot \sigma_{11} + \frac{a_{11}}{2} \cdot \sigma_{11}^2 \right) \cdot r dr \quad (4)$$

gde su za slučaj ravnog napona i uvođenjem Poisson-ovog koeficijenta (ν), elastične promenljive:

$$a_{22} = 1/E_{22}, \quad a_{12} = -\nu_{12}/E_{22} = -\nu_{21}/E_{22}, \quad a_{11} = 1/E_{11} \quad (5)$$

Komponente napona σ_{22} i σ_{11} osim uslova elastičnosti dodatno moraju zadovoljavati uslov ravnoteže, jednačina (6) i biti usaglašene sa jednačinama koje se koriste u slučaju nehomogenog cilindra, jednačina (7):

$$\frac{d\sigma_{22}}{dr} + \frac{\sigma_{22} - \sigma_{11}}{r} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{d^2}{dr^2} (a_{12} \cdot \sigma_{22} + a_{11} \cdot \sigma_{11}) + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} [(2a_{12} - a_{22})\sigma_{22} + (2a_{11} - a_{12})\sigma_{11}] = 0 \quad (7)$$

Treba napomenuti da se mora izvršiti transformacija elastičnih konstanti svakog pojedinačnog sloja za referentni pravac. Za različite deformacije kompozitnog materijala u uslovima dva ili više aksijalnih opterećenja, preporučuju se različiti kriterijumi. U numeričkoj analizi prikazanoj u ovom radu korišćen je Tsai-Hill-ov kriterijum za ortotropne materijale kako bi se dobila optimalna struktura i

debljina cilindričnog omotača, jednačina (8). U njoj su F_1 , F_2 naponi kidanja pri čistom zatezanju ili pritisku, a F_{12} napon kidanja pri čistom smicanju [3, 5, 9].

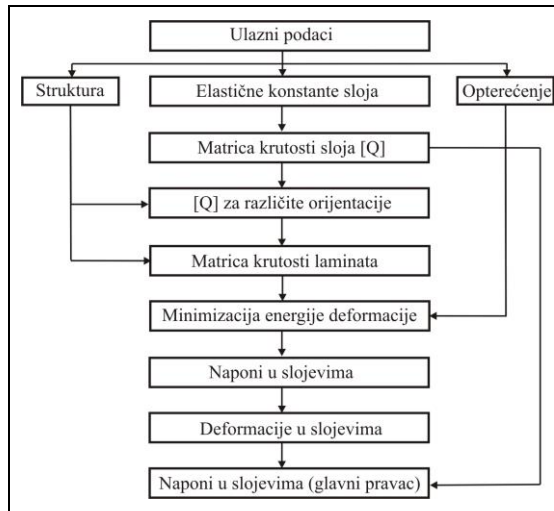
$$Ts = \left[\left(\frac{\sigma_1}{F_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{F_2} \right)^2 - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{F_1^2} + \left(\frac{\tau_{12}}{F_{12}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \leq 1 \quad (8)$$

Upotrebom ovog kriterijuma mogu se odrediti maksimalna opterećenja (pritisci), a zatim poređenjem odabrati "optimalna" struktura.

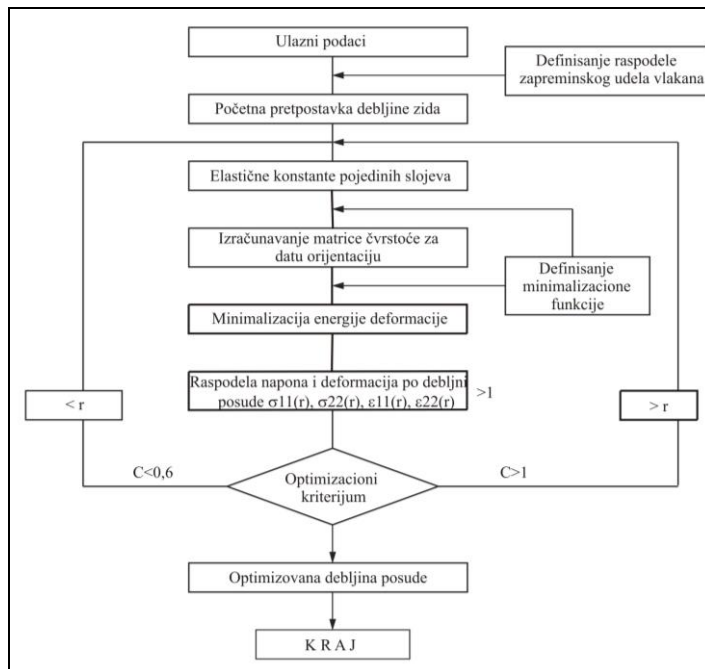
PRIKAZ PROGRAMA

Sve veća primena računara, kao i nove metode statičke i dinamičke analize struktura kompozitnih materijala [7, 10], omogućile su njihovu široku upotrebu u optimizovanju struktura i konstrukcija. U ovom radu je prikazan program za numeričku analizu i optimizaciju cilindričnih elemenata (omotača posuda, cevi), od različitih struktura kompozitnog materijala, pri različitim vrednostima pristiska. Program je razvijen na osnovu teorijske analize i analitičkog modela [1, 6], a napisan je u programskom paketu MATLAB. Korisnik je u mogućnosti da sam odabere promenljive u proračunu koje se odnose na strukturu laminata (materijal, orijentaciju, debljinu i broj slojeva, simetričnost i asimetričnost, kao i raspodelu i ukupnu vrednost zapreminskog udela vlakana) i promenljive koje se odnose na cilindrični element (dužinu, prečnik, broj Furije-ovih jednačina, pritisak).

Postupak analize i optimizacije, odnosno algoritam proračuna, prikazan je na sl.2. Prvi korak u proračunu je unošenje podataka potrebnih za numeričku analizu. Zatim se na osnovu mehaničkih svojstava strukturnih komponenata izračunavaju elastične konstante kompozita. Sledeći korak podrazumeva izračunavanje matrica krutosti (čvrstoće), za svaki pojedinačni sloj, vodeći računa o principijelnim (glavnim) osama, odnosno o orijentaciji ojačanja. Osnova optimizacije debljine i strukture cilindra se izvodi na osnovu određenih napona u slojevima, odnosno napona koji daju minimalnu energiju deformacije, a na osnovu minimalizacije funkcije energije deformacije koja se definiše na osnovu graničnih uslova i elastičnih konstanti. Minimalizacija nelinearne funkcije se izvodi korišćenjem optimizacionog modula u okviru programskog paketa MATLAB, u kome se mogu odabrati različite metode za rešavanje nelinearnih optimizacionih problema.



Slika 2 Algoritam analize napona u kompozitnom materijalu



Slika 3 Algoritam optimizacije debljine i strukture cilindrične kompozitne posude

Na osnovu ovako dobijene raspodele napona duž debljine cilindričnog omotača posude, određuju se maksimalne vrednosti napona u uzdužnom i poprečnom preseku. Maksimalne vrednosti napona predstavljaju glavne veličine kriterijuma čvrstoće kojim se optimizuje debljina posude. Usvojeno je da optimalna vrednost kriterijuma (C) bude u granicama $C=0,6\div 1$ [1, 6]. Algoritam optimizacije prikazan je na sl.3.

REZULTATI DOBIJENI PROGRAMOM I DISKUSIJA

Proračun je izveden za slučaj cilindričnog omotača od staklo-epoksi kompozitnog materijala sa vrednostima mehaničkih svojstava vlakana (tabela 1), preprega (tabela 2) i podacima koji su dobijeni odgovarajućim mehaničkim ispitivanjima i koji su predstavljali ulazne podatke za proračun i optimizaciju (tabela 3) [11].

Tabela 1 Svojstva "E"-staklenih vlakana

E-staklena vlakna; svojstva	
Gustina, ρ [N/m ³]	2,6
Zatezna čvrstoća, R_m [MPa]	2400
Modul elastičnosti, E_l [GPa]	73
Deformacija, ε_l [%]	3,3

Tabela 2 Kataloška svojstva preprega

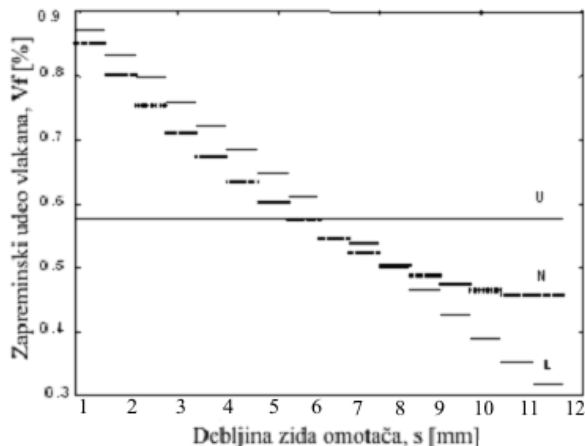
Svojstva preprega	Vrednost
Procentualni sadržaj stakla, [%]	55 ÷ 60
Površinska masa, [g/m ²]	163
Zatezna čvrstoća, R_m [MPa]	370
Modul elastičnosti, E_l [GPa]	21
Poisson-ov koeficijent, ν_{12} [-]	0,26
Čvrstoća na pritisak, R_c [MPa]	440

Tabela 3 Podaci za optimizaciju cilindričnog omotača posude

Podaci za proračun	
Unutrašnji poluprečnik posude, r_l [m]	1,0
Spoljašnji pritisak, p_2 [MPa]	0,1
Ukupni zapreminski udeo vlakana u laminatu, V_f [%]	56,5
Dužina posude, L [m]	1,0
Broj slojeva u laminatu, sl [-]	16

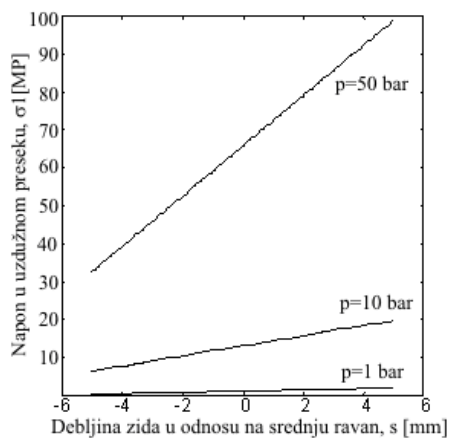
Poređenje je izvedeno za strukture izvedene od preprega orijentacija ojačavajućih vlakana u slojevima $\pm 30^\circ$ i $\pm 45^\circ$ pri uniformnoj (u), linearnoj (l) i nelinearnoj (n) raspodeli zapreminskog udela vlakana u laminama (sl.4).

Kao što je u uvodnim razmatranjima napomenuto, vrednosti deformacija su dobijene korišćenjem odgovarajućih uslova za vrednosti funkcija pomeranja. Promena deformacije je linearna kroz debljinu zida u skladu sa Sanders-ovom teorijom.

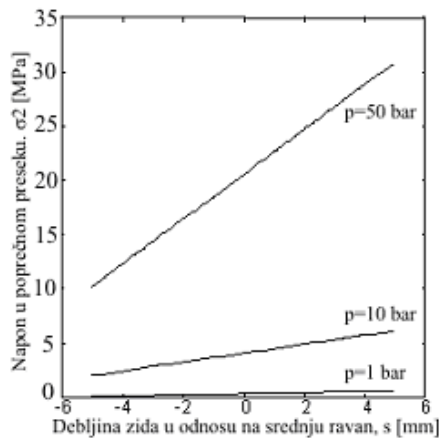


Slika 2 Raspodela zapreminskog udela vlakana u laminama
U - uniformna, L - linearna, N - nelinearna

Vrednosti dobijenih napona i deformacija za različita opterećenja u odnosu na središnju ravan zida prikazane su za uniformnu raspodelu zapreminskog udela vlakana i orijentaciju $0^\circ/90^\circ$ (sl.3 i sl.4). Debljina zida je početno približno usvojena, a tokom izvođenja programa došlo se do debljine od $s=12$ mm. Dobijene vrednosti napona i deformacija u poprečnom preseku cilindra (x -pravac; pravac ose) su znatno manje od odgovarajućih vrednosti u uzdužnom preseku (obimni, tangencijalni pravac), što je potpuno u skladu sa teorijski poznatim činjenicama za cilindrične omotače posuda. Može se uočiti da vrednosti pri porastu pritiska izrazito rastu u spoljnim slojevima (+6 mm), te se može očekivati da inicijacija loma cilindra kreće sa te strane. Pored toga, može se uočiti značajna razlika naponskog stanja u laminama i između susednih lamina laminata, što nedvosmisleno prouzrokuje delaminaciju i potencijalno opasan razvoj prsline na tim mestima.

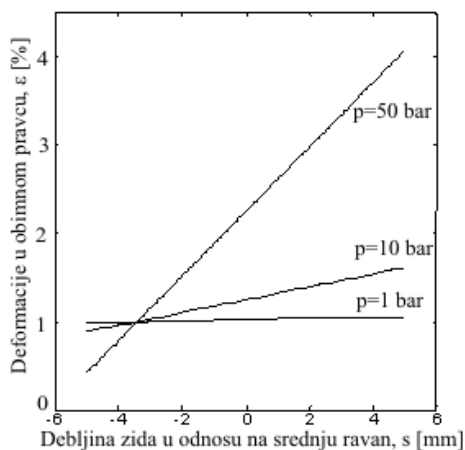


a)

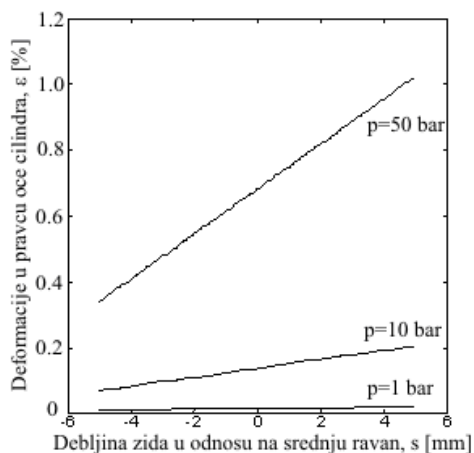


b)

Slika 3 Promena napona kroz debljinu zida posude sa porastom pritiska:
a) u uzdužnom preseku; b) u poprečnom preseku

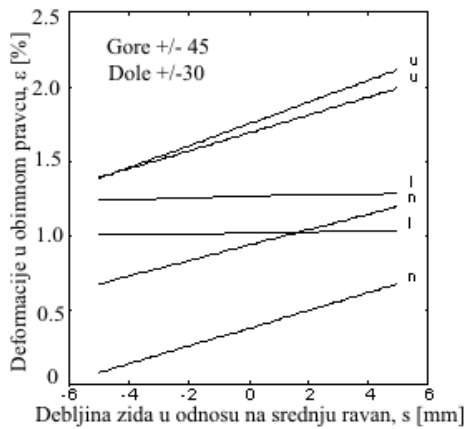


a)

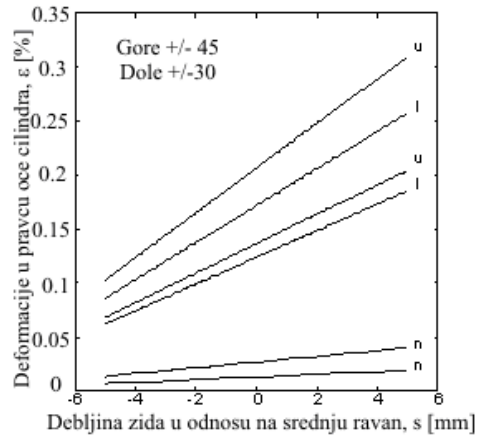


b)

Slika 4 Promena deformacija kroz debljinu zida posude sa porastom pritiska:
a) u obimnom pravcu; b) u pravcu ose cilindra



a)

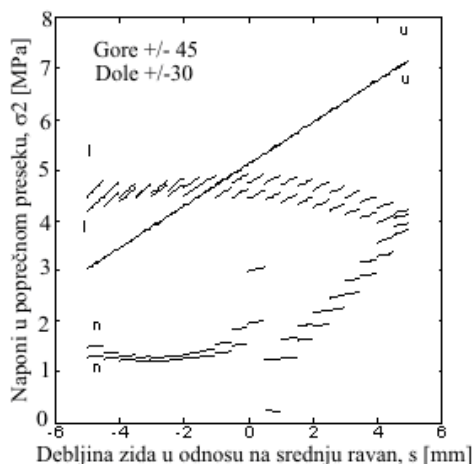
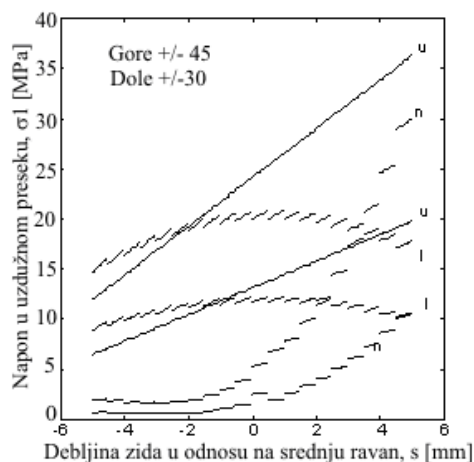


b)

Slika 5 Promena deformacija kroz debljinu zida posude za različite strukture laminata pri delovanju pritiska $p=10$ bar-a:

a) u obimnom pravcu; b) u pravcu ose cilindra

Na sl.5 i sl.6 su prikazane vrednosti deformacija i napona dobijene simulacijom delovanja unutrašnjeg pritiska od $p=10$ bar-a za dve strukture cilindričnog omotača od kompozitnog materijala ($\pm 30^\circ$ i $\pm 45^\circ$) za tri raspodele zapreminskog udela vlakana (sl.2). Ako se posmatraju deformacije, onda je sa sl.5 očigledno da se i u obimnom pravcu i u pravcu ose cilindričnog omotača dobijaju manje deformacije za strukturu slaganja $\pm 30^\circ$. Takođe, kod oba slaganja je slučaj nelinearne raspodele zapreminskog udela vlakana u slojevima povoljniji jer se dobijaju manje deformacije.



a)

b)

Slika 6 Promena napona kroz debljinu zida posude za različite strukture laminata pri delovanju pritiska $p=10$ bar-a:

a) u uzdužnom preseku; b) u poprečnom preseku

U pogledu raspodele napona, posmatranjem rezultata prikazanih na sl.6 se može zaključiti da se za slučaj nelinearne raspodele zapreminskog udela vlakana kod obe strukture u slojevima dobijaju najmanje vrednosti napona. Primećuje se i velika nelinearnost raspodele napona po debljini omotača u uzdužnom preseku, kao i pojava diskontinuiteta raspodele napona u poprečnom preseku pri nelinearnoj raspodeli zapreminskog udela vlakana, što može prouzrokovati delaminaciju u laminatu.

Na osnovu programom određenih maksimalnih vrednosti napona u cilindričnom omotaču, a na osnovu Tsai-Hill-ovog kriterijuma (jednačina 8), programom su takođe dobijene vrednosti unutrašnjeg pritiska u posudi pri kojima bi dolazilo do loma (tabela 1) i vrednosti maksimalnih deformacija. Različitost vrednosti maksimalnih deformacija ukazuju na različitu krutost struktura laminata. Može se zaključiti da "optimalan" izbor predstavlja struktura navedena u tabeli pod brojem VI.

Tabela 4 Vrednosti maksimalnih pritisaka i deformacija prema Tsai-Hill-ovom kriterijumu za različite strukture laminata

	Orijentacija					
	±45°			±30°		
	uniformna	linearna	nelinearna	uniformna	linearna	nelinearna
Raspodela zaprem. udela	I	II	III	IV	V	VI
Max. p , [bar]	29,34	44,27	56,71	46,55	53,05	82,96
Max. ε pravac ose, [%]	0,85	1,2	0,07	1,1	1,2	0,28
Max. ε obimni pravac, [%]	9,01	12,08	1,55	21,24	20,13	4,80

ZAKLJUČAK

Analička metoda na osnovu koje je urađena numerička analiza prikazana u radu je uglavnom opšta i može se koristiti za definisanje uslova opterećenja i različite strukture kompozita. Podaci dobijeni razvijenim programom mogu poslužiti kao veoma korisna informacija pri razmatranju novih konstrukcija i različitih struktura za cilindrične omotače i cevi od kompozitnih materijala. Programom se mogu porediti različite strukturne komponente i slaganja pri delovanju različitih pritisaka i izdvajanje najoptimalnijih. Rešenja se mogu uopštiti promenama svih parametara (prečnika, debljine sloja, modula elastičnosti, procentnog sadržaja, orijentacije).

Na osnovu rezultata i analize prikazane u ovom radu, može se zaključiti da orijentacija i raspodela zapreminskog udela vlakana u slojevima imaju velikog uticaja na sigurnost posude, jer su dobijene značajne razlike u raspodeli napona i deformacija po debljini cilindričnog omotača. Za konkretno prikazan cilindrični staklo-epoksi kompozitni cilindar može se zaključiti da optimalnu strukturu predstavlja struktura VI (tabela 4), odnosno struktura sa nelinearnom raspodelom

zapreminskog udela vlakana i orijentacijom lamina $\pm 30^\circ$ u laminatu. Očigledno je da kod slaganja $\pm 45^\circ$ dolazi do pojave velikih smicajnih komponenti napona i deformacija. Dati primer ili bilo koji drugi se može uopštiti promenom svih parametara relevantnih u optimalnom izboru strukture čime bi se došlo do stvaranja baze podataka koji bi doprineli optimizaciji pri bilo kojem slučaju opterećenja i razmatranja neke druge strukture.

LITERATURA

- [1] S. Tooth, W. M. Banks i P. M. Wilson, *"Laminate Analysis as Applied to the Design of Cylindrical Vessels and Pipes"*, 1st International Conference on CAD in Composite Material Technology, Southampton England, (1988).
- [2] D. Agarwal, L. J. Broutman, *"Analysis and Performance of Fiber Composites"*, John Wiley & Sons, inc., New York, (1990).
- [3] M. W. Darlington, P. L. McGinley, G. R. Smith, Structure and anisotropy of stiffness in glass fibre reinforced thermoplastics, J. Mater. Sci., Vol. 11, (1976), pp. 877-886.
- [4] A. G. Morris, Foundations of Structural Optimization: A Unified Approach, John Wiley&Sons, New York, (1982).
- [5] S. K. Garg, V. Svalbonas, G. A. Gurtman, *"Analysis of Structural Composite Materials"*, Marcel Dekker, inc, New York, (1973).
- [6] A. Brebbia, W. P. de Wilde, W. R. Blain, *"Computer Aided Design in Composite Material Technology"*, Great Britain, (1988).
- [7] G. M. Vanderplaats, *"Numerical Optimization Techniques for Engineering Design"*, McGraw Hill, New York, (1984).
- [8] G. Duthie, A. S. Tooth, *"Local Loads on Cylindrical Vessels: a Fourier series solution"*, *"Behaviour of Thin-Walled Structures"*, Edited by J. Rhodes and J. Spence, Elsevier Applied Science, (1984).
- [9] W. J. Park, *"Symmetric Three-directional Optimal Laminate Design"*, Journal of Composite Materials, Vol. 21, (1986), pp. 532-535.
- [10] Atrek, R. H. Gallagher, K. M. Ragsdell, O. C. Zienkiewicz, *"New Directions in Structural Design"*, John Wiley&Sons, New York, (1984).
- [11] S. Putić, *"Uticaj promenljivog opterećenja na pojavu i rast prsline u kompozitnom materijalu"*, doktorska disertacija, Tehnološko-metalurški fakultet, Univerzitet u Beogradu, (1996).

SUMMARY

THROUGH THICKNESS OPTIMAL DESIGN OF GLASS-EPOXY COMPOSITE PRESSURE VESSEL

S. Putić¹, S. Bošnjak², Marina Stamenović³, P. Stajčić¹

¹ Faculty of Technology and Metallurgy, Belgrade

² Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade

³ Higher Polytechnical school, Belgrade

Mechanical loading of pressure vessels mainly comes from pressure (inner and outer) under which is vessel subjected. Tension which appears changes according to the thickness of the wall. Thanks to the its specific structure, by the usage of composite materials in pressure vessels a lot of advantages are got in the field of technology of making, and during the usage, in comparison to some other constructive materials. Their shaping by the need makes it possible to optimize the structure along the thickness. The subject and aim of this work represents calculation and description of numeric model with which the different cases of the work of inner and outer pressure were simulated, for the different thickness of the wall of the pressure vessel of glass epoxy composite. In that way we come to optimal structure of material for different working pressures under which the vessels can be submitted during the usage.